

Półfinał treningowy - dzień 2

4. Rozwiązać w liczbach całkowitych dodatnich równanie

$$(x + 2y + 3z)(2x + 3y + z)(3x + y + 2z) = 17^k$$

5. Liczby dodatnie a, b, c spełniają zależność $ab + bc + ca = abc$.
Udowodnić, że

$$\frac{a^4 + b^4}{ab(a^3 + b^3)} + \frac{b^4 + c^4}{bc(b^3 + c^3)} + \frac{c^4 + a^4}{ca(c^3 + a^3)} \geq 1$$

6. Każdy punkt na płaszczyźnie pokolorowano na czerwono bądź niebiesko, przy czym spełniony jest następujący warunek: Jeżeli trzy niewspółliniowe punkty A, B, C są tego samego koloru, to środek okręgu wyznaczonego przez punkty A, B, C również jest punktem tego koloru.

Wykazać, że wszystkie punkty na płaszczyźnie są tego samego koloru.