



Obóz matematyczny - Pomorzanka listopad 2025

Konkurs juniorski obozu matematycznego we Władysławowie

Dzień 1

1. Załóżmy, że liczba $x \in \mathbb{R}$ spełnia równanie $x + \frac{1}{x} = \sqrt{7}$. Obliczyć wartość wyrażenia $x^3 + \frac{1}{x^3}$.
2. Rozwiązać układ równań

$$\begin{cases} (y+z)(x+y+z) = 2 \\ (z+x)(x+y+z) = 6 \\ (x+y)(x+y+z) = 10 \end{cases}$$

3. W sześciokącie wypukłym $ABCDEF$ wszystkie kąty wewnętrzne mają taką samą miarę. Udowodnić, że $AB + BC = DE + EF$.



Obóz matematyczny - Pomorzanka listopad 2025

Konkurs juniorski obozu matematycznego we Władysławowie

Dzień 2

4. Bartek z Asią zebrali trzy razy więcej grzybów niż Kacper, natomiast Asia wraz z Kacprem - pięć razy więcej grzybów niż Bartek. Kto łączył więcej grzybów: Bartek razem z Kacper, czy Asia?
5. Niech r i R oznaczają odpowiednio promień okręgu wpisanego oraz opisanego na trójkącie prostokątnym, którego przyprostokątne mają długości a i b . Udowodnić, że $a + b = 2(r + R)$.
6. Wykazać, że dla dowolnej liczby naturalnej $n \geq 1$ zachodzi nierówność $\sqrt[n]{n!} < \sqrt[n+1]{(n+1)!}$



Obóz matematyczny - Pomorzanka listopad 2025

Konkurs juniorski obozu matematycznego we Władysławowie

Dzień 3

7. Rozpoczynając od pewnej liczby naturalnej, wypisano pięć kolejnych jej wielokrotności. Suma trzech najmniejszych z nich wynosi 6666. Ile wynosi suma trzech największych z tych wielokrotności?
8. Wykazać, że w pięciokącie wypukłym każdy kąt jest mniejszy od połowy sumy pozostałych kątów.
9. Udowodnić, że jeżeli $\frac{a}{b+c} + \frac{b}{c+a} + \frac{c}{a+b} = 1$, to $\frac{a^2}{b+c} + \frac{b^2}{c+a} + \frac{c^2}{a+b} = 0$.



Obóz matematyczny - Pomorzanka listopad 2025

Konkurs juniorski obozu matematycznego we Władysławowie

Dzień 4

10. Czy istnieje liczba naturalna $n \geq 1$ taka, że n^3 jest iloczynem trzech kolejnych liczb naturalnych?
11. Dana jest lista n zdań. Zdanie o numerze k (gdzie $k = 1, 2, \dots, n$) brzmi "na tej liście jest dokładnie k zdań fałszywych". Które spośród zdań na tej liście są prawdziwe?
12. Niech ABC będzie trójkątem równobocznym, a P punktem na krótszym łuku AC okręgu opisanego na ABC . Udowodnić, że $PB = PA + PC$.