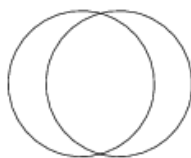


-
1. Zwiększamy długość każdej krawędzi sześcianu o 100%. O ile procent zwiększy się objętość tego sześcianu?

-
2. Pięciocyfrowa liczba $a679b$ jest podzielna przez 72. Oblicz $a \cdot b$.

-
3. Dwa koła o promieniu 1 przecinają się tak jak na rysunku. Pole ich części wspólnej jest równe sumie dwóch zewnętrznych części. Jakie jest pole części wspólnej?

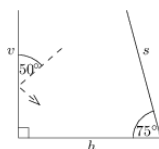


-
4. Jaka jest najmniejsza liczba całkowita dodatnia, której iloczyn cyfr jest równy 600?

-
5. Piotr ma sztabkę złota o rozmiarach $2 \times 3 \times 4$, którą postanowił przetopić w trzy jednakowe sześciany. Jaka jest długość krawędzi tych sześcianów?

-
6. W noworocznych obchodach uczestniczyły 43 osoby. Bar sprzedawał sok, piwo i szampana. Podczas nocy 25 osób piło piwo, 19 osób piło szampana, a 12 osób piło równocześnie piwo i szampana. Pozostali byli kierowcami, więc pili jedynie sok. Nikt nie mieszał soku z piwem lub szampanem. Ile osób piło tylko sok?

-
7. Przedstawione na obrazku lustro v i h są do siebie prostopadłe. Kąt między lustrami h i s ma miarę 75 stopni. Promień światła padł na lustro v pod kątem 50 stopni. Następnie odbił się od luster h i s w tej kolejności. Pod jakim kątem padnie teraz na lustro v , jeśli kąt odbicia jest zawsze równy kątowi padania?



8. Jeśli średnia arytmetyczna czterech różnych liczb całkowitych dodatnich wynosi 10, to jaka jest największa możliwa wartość jednej z tych liczb?

9. Po usunięciu pewnej cyfry z czterocyfrowej liczby pierwszej otrzymaliśmy 630. Jaka była to liczba pierwsza?

10. Cyfrowy zegar wyświetla czas (godziny i minuty) w formacie dwudziestoczerogodzinnym. Przez ile minut w ciągu doby na wyświetlaczu zegara widoczna jest cyfra 5?

11. Liczba 95 daje resztę 4 przy dzieleniu przez dodatnią liczbę całkowitą n . Jaka jest najmniejsza możliwa wartość n ?

12. Jacek i Tomek kupili paczkę cukierków i podzielili się nią równo między sobą. Każdy z nich jadł dwa albo trzy cukierki dziennie. Jacek zjadł swoje cukierki w czternaście dni, a Tomek w dokładnie trzy tygodnie. Ile cukierków było w paczce?

13. Licznik oraz mianownik pewnego ułamka są dodatnimi liczbami całkowitymi, których suma wynosi 2011. Ułamek ten jest mniejszy od $\frac{1}{3}$. Znajdź największy taki ułamek.

14. Suma sześciu parami różnych dodatnich liczb całkowitych wynosi 22. Wyznacz ich iloczyn.

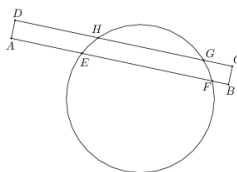
-
15. Istnieje dokładnie jeden sposób na zapisanie liczby 2013 jako sumy dwóch liczb pierwszych. Jaki jest iloczyn tych liczb?

-
16. Dwa okręgi mają promienie 5 oraz 26. Mniejszy z nich przechodzi przez środek większego. Rozważmy najdłuższą i najkrótszą cięciwę większego okręgu spośród tych, które są styczne do mniejszego okręgu. Jaka jest ich różnica długości?

-
17. W 2013 roku sklep sprzedał 235 międzygalaktycznych statków kosmicznych. W każdym miesiącu sprzedano 20, 16 lub 25 sztuk. Oblicz w ilu miesiącach sklep sprzedał dokładnie odpowiednio 20, 16 i 25 międzygalaktycznych statków kosmicznych.

-
18. Na stole leżą 33 orzechy w co najmniej dwóch stosach. Każdy stos zawiera co najmniej dwa orzechy. Gdyby zabrać po jednym orzechu z każdego stosu i położyć na pierwszym stosie, na wszystkich stosach byłoby tyle samo orzechów. Ile jest stosów na stole?

-
19. Prostokąt $ABCD$ przecina dany okrąg w punktach E, F, G, H jak na rysunku, przy czym $AE = 3, DH = 4, GH = 5$. Znajdź EF .



-
20. Zapisz ułamek $\frac{0,(2)}{0,(24)}$ w postaci nieskracalnej.

-
21. Ile wynosi suma cyfr liczby $1 + 11 + 101 + 1001 + 10001 + \dots + \underbrace{10\dots01}_{50}$?

-
22. Prostokąt podzielono na cztery mniejsze prostokąty liniami równoległymi do jego boków, jak na rysunku. Obwody prostokątów A, B, C wynoszą odpowiednio 2, 4, 7. Ile wynosi obwód prostokąta D ?

A	B
C	D

-
23. W szufladzie znajdują się koszulki w trzech kolorach: czerwonym, szarym oraz niebieskim. Czerwonych koszulek jest o sześć mniej niż koszulek szarych i niebieskich razem, natomiast koszulek szarych jest o dziesięć mniej niż koszulek czerwonych i niebieskich razem. Ile jest niebieskich koszulek w szufladzie?

-
24. Kuba napisał na tablicy działanie $5 \cdot 414 = 1121$. Teraz zastanawia się, w jaki sposób zwiększyć bądź zmniejszyć każdą z cyfr o 1 w taki sposób, aby działanie było poprawne. Jaki będzie wynik po prawej stronie po takiej zmianie?

-
25. Dodatnie liczby rzeczywiste a, b spełniają równania:

$$a + \frac{1}{b} = 7 \text{ oraz } b + \frac{1}{a} = 5.$$

Ile wynosi $ab + \frac{1}{ab}$?

-
26. Oblicz pole prostokąta o obwodzie 10cm oraz długości przekątnej $\sqrt{15}$ cm.

-
27. Łukasz znalazł sześciocyfrową liczbę o następujących własnościach:

- Jest palindromem.
- Jest podzielna przez 9.
- Skreślając pierwszą oraz ostatnią cyfrę tej liczby, otrzymujemy liczbę, której jedynym czynnikiem pierwszym jest 11.

Jaką liczbę znalazł Łukasz?

-
28. Niech x, y, z będą takimi liczbami rzeczywistymi, że średnia arytmetyczna x i $2y$ wynosi 7, a średnia arytmetyczna x i $2z$ wynosi 8. Ile jest równa średnia arytmetyczna x, y i z ?

-
29. Dany jest kwadrat $ABCD$ o boku długości 2 oraz punkt X na zawierającej go płaszczyźnie, leżący poza kwadratem, taki, że $|AX| = |XB| = \sqrt{2}$. Jaka jest długość najdłuższej przekątnej pięciokąta $AXBCD$?
-
30. Jaka jest najmniejsza możliwa liczba członków kółka matematycznego, w którym dziewczyny stanowią więcej niż 48,5%, ale mniej niż 50% uczestników?
-
31. Suma liczb całkowitych x, y jest nie większa niż 200, a ich różnica mniejsza niż 100. Jaka jest największa możliwa wartość wyrażenia $2 \cdot \min(x, y) + \max(x, y)$?
-
32. Kwadrat i pięciokąt foremny są wpisane w ten sam okrąg i mają wspólny wierzchołek. Ile wynosi miara największego z kątów wewnętrznych wielokąta będącego częścią wspólną kwadratu i pięciokąta?
-
33. Andrzej złożył n^3 jednakowych białych sześcianów w jeden duży sześcian o wymiarach $n \times n \times n$. Następnie pokolorował jego powierzchnię na czerwono. Jeżeli po tym kolorowaniu $\frac{1}{10}$ całkowitej powierzchni wszystkich kostek jest czerwona, ile wynosi n ?
-
34. Znajdź dodatnią liczbę całkowitą n spełniającą równanie $6666^2 + 8888^2 = n^2$.
-
35. Na ile sposobów można pokolorować ściany sześcianu dwoma kolorami? Dwa kolorowania uznajemy za identyczne, jeżeli można przejść od jednego do drugiego poprzez obracanie sześcianu.

36. Znajdź cyfrę jedności liczby $1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + 2025^2$.

37. Dla ilu liczb całkowitych a ($1 \leq a \leq 2025$) liczba a^a jest kwadratem liczby całkowitej?

38. Jaka jest najmniejsza dodatnia liczba całkowita, złożona z cyfr 0 i 1, która jest podzielna przez 225?

39. Liczby rzeczywiste x, y, z spełniają równanie $\frac{x-y}{z-y} = -10$. Ile wynosi $\frac{x-z}{y-z}$?

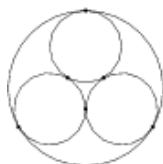
40. Jaka jest największa możliwa wartość wspólnego dzielnika różnych dodatnich liczb całkowitych a, b, c spełniających równość $a + b + c = 2015$?

41. Dany jest trójkąt o bokach długości 3, 5, 7. Jaki promień ma najmniejsze możliwe koło, które w całości zakrywa ten trójkąt?

42. Znajdź najmniejszą liczbę całkowitą dodatnią podzielną przez 17, o sumie cyfr równej 17 i której ostatnie dwie cyfry to 17.

-
43. Do każdego pola tabeli o wymiarach 10×10 wpisano liczbę rzeczywistą. Okazało się, że spośród wszystkich możliwych iloczynów dwóch różnych pól tej tabeli dokładnie 1000 jest ujemnych. Ile zer wpisano do tabeli? Podaj wszystkie możliwości.
-

44. Dane są trzy okręgi o promieniu 1, parami styczne zewnętrznie. Wszystkie trzy okręgi są wpisane w większy okrąg ω , to znaczy każdy z trzech mniejszych okręgów jest wewnętrznie styczny do większego okręgu. Ile wynosi promień okręgu ω ?



-
45. Niech p będzie rozwiązaniem tego zadania. Ile wynosi prawdopodobieństwo, że dowolnie wybrany punkt wewnątrz kwadratu o boku długości 1 będzie odległy o co najmniej p od każdego z jego boków?
-

46. Dana jest dodatnia liczba całkowita n . Cyfra dziesiątek liczby n^2 to 7. Jaka jest jej cyfra jedności?
-

47. Znajdź wszystkie trójki dodatnich liczb rzeczywistych (x, y, z) , które spełniają równania $(x + y)(x + y + z) = 120$, $(y + z)(x + y + z) = 96$, $(z + x)(x + y + z) = 72$.
-

48. W pola kwadratu o wymiarach 3×3 wpisano liczby całkowite w taki sposób, że sumy liczb w wierszach zwiększają się o 2, idąc w dół, a sumy liczb w kolumnach stają się dwa razy większe, idąc w prawo. Wiemy, że suma liczb w jednym z wierszy wynosi 2011. Ile wynosi suma liczb w pierwszej kolumnie od lewej?
-

49. Znajdź liczbę x spełniającą równanie $2^{2^{3^{2^2}}} = 4^{4^x}$
-

-
50. Michał zapisał liczby od 1 do 100 w losowej kolejności. Jakie jest prawdopodobieństwo, że dla każdego $i = 1, 2, \dots, 50$ liczba na miejscu $2i - 1$ jest mniejsza niż liczba na miejscu $2i$?
-